

Conjuntos Convexos
Mat. Frank Patrick Murphy Hernandez
Tarea 2

Sea $V = \mathbb{R}^n$

- (1) Demuestre que $\bar{v}_1, \dots, \bar{v}_k \in V$ son afinmente dependientes si y slo si existen $\lambda_1, \dots, \lambda_k \in \mathbb{R}$ con $\sum_{i=1}^k \lambda_i = 0$, $\sum_{i=1}^k \lambda_i \bar{v}_i = \bar{0}$ y con algún $\lambda_j \neq 0$.
- (2) Demuestre el paso inductivo del teorema de Helly y de un ejemplo de que el teorema puede ser falso si la familia es infinita.
- (3) En un antigüo cuento alemán, un sastre presumía de haber matado siete de un sólo golpe. Las moscas habían aterrizado en un pan con mermelada. El sastre uso un matamoscas con forma convexa para su proeza. Las moscas estaban de forma que era posible matar a cualquiera tres de un solo golpe. Es cierta su proeza?
- (4) Sea $A \subseteq V$ y $\bar{x} \in A$. Demuestre que $\text{conv}(A)$ es la unión de todos los simplejos con vértices en A y de los cuales uno de sus vértices es \bar{x}
- (5) Dados n puntos en el plano, $\bar{x}_1, \dots, \bar{x}_n$, existe un punto \bar{x} tal que cada linea que pasa por \bar{x} tiene al menos $\frac{n}{3}$ en cada uno de los semiplanos cerrados que determina.